

Utiliser les nombres pour résoudre des problèmes

Introduction

On appelle problème **une situation aboutissant à une question dont la réponse, apportée sous forme de solution, nécessite un traitement mathématique**. La notion de problème suppose également la présence d'un obstacle : la réponse à un problème n'est pas immédiate. Elle nécessite la mise en place d'une stratégie. Il en résulte qu'un problème à un niveau scolaire n'en est plus un à un niveau scolaire plus élevé. **À l'école maternelle, les problèmes proposés sont tous des problèmes de nature arithmétique** dont la résolution ne comporte qu'une seule étape.

À l'école maternelle, les problèmes relèvent de **différentes catégories** : problèmes de réunion, d'ajout et de retrait (encore connus sous le nom générique de **problèmes de parties-tout**), de **recherche d'écart (comparaison)**, de **groupements** ou de **partage**, de **déplacement**. La résolution de différents problèmes amène les élèves à utiliser une même procédure opératoire dans des contextes différents. Si **des analogies entre problèmes peuvent être signalées**, en revanche, le **rattachement de chaque problème à une catégorie particulière n'a pas à être présenté aux élèves**.

Les problèmes arithmétiques ne présentent pas tous le même niveau de difficulté : ainsi, les problèmes de réunion sont plus accessibles que ceux de groupement ou de partage. Au sein d'une même catégorie, les problèmes n'ont pas tous le même niveau d'accessibilité. Ainsi, dans la catégorie des problèmes de réunion, les plus accessibles portent sur la recherche de la quantité totale d'une collection quand on connaît celle de chacune de ses parties. Pour les problèmes d'ajout et de retrait, la recherche de la quantité finale d'une collection après un ajout est plus accessible qu'après un retrait. Enfin, **ces problèmes peuvent être proposés dès que les élèves sont capables de déterminer les quantités impliquées dans le problème**. Le niveau de difficulté d'un problème dépend aussi de la possibilité d'utiliser ou non du matériel pour en réaliser l'action. Au cours des trois années de maternelle, **le type de matériel et sa mise à disposition sont amenés à évoluer**. Au près des élèves de moins de quatre ans, l'enseignant commence par utiliser lui-même du matériel figuratif et à mettre en scène la situation. Il laisse ensuite les élèves faire de même afin qu'ils s'approprient l'énoncé. **Les objets figuratifs sont progressivement remplacés par des objets symboliques** permettant une première entrée dans l'abstraction. En fin d'école maternelle, les élèves sont incités à **ne plus recourir à la manipulation et au dénombrement de collections effectives, mais à des représentations sur papier et à des processus mentaux comme le comptage, le surcomptage ou le décomptage, ou l'utilisation des compositions et des décompositions des nombres**.

L'enseignant veille à proposer des situations adaptées à l'âge et au développement cognitif des élèves. Dès la première année de maternelle, la résolution de problème s'effectue lors de temps courts d'enseignement consacrés à cette activité, mais aussi à chaque moment où la situation s'y prête (par exemple lors d'activités physiques). À partir du milieu de la scolarité en maternelle, **on propose aux élèves des séances fréquentes et régulières dédiées à la résolution de problèmes**.

Points de vigilance

- L'enseignant veille à **proposer des problèmes dont certains termes de l'énoncé ne sont pas « concordants » avec l'opération** à effectuer, afin de **ne pas encourager des automatismes erronés** en lieu et place de la réflexion. Ainsi, à partir de 5 ans, les élèves sont confrontés à **des problèmes de comparaison comportant la locution « de plus » alors que l'opération à effectuer est une soustraction.**
- L'enseignant habitue les élèves à vérifier la justesse des solutions qu'ils proposent, notamment par la manipulation.
-

À aborder avant 4 ans

Recherche du tout ou d'une partie dans un problème de parties-tout.

- Manifester sa compréhension du problème en réalisant l'action décrite par l'énoncé avec du matériel figuratif.

- Percevoir visuellement la solution quand les quantités mises en jeu sont petites.

- Utiliser ses doigts pour compter, surcompter ou décompter.

Situation 1 : le jeu de Greli-Grelo. L'enseignant montre aux élèves qu'il a un jeton dans sa main droite, il ferme cette main puis montre qu'il a deux jetons dans sa main gauche. Il regroupe ses mains, mélange le contenu et demande « *Greli-Grelo, combien ai-je de jetons dans mon sabot ?* ».

Situation 2 : dans une valise contenant deux peluches, l'enseignant en ajoute une devant les élèves et ferme la valise. Il demande alors « *j'ai deux peluches dans ma valise, j'en ai ajouté encore une. Combien y a-t-il de peluches dans ma valise maintenant ?* ».

Situation 3 : dans une boîte opaque contenant quatre crayons, l'enseignant en retire deux devant les élèves et ferme la boîte. Il demande alors « *j'avais quatre crayons dans la boîte. J'en ai retiré deux. Combien y a-t-il de crayons dans la boîte maintenant ?* »

À partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

<p>- Rechercher le tout ou une partie dans un problème de parties-tout.</p> <p>- Trouver une position finale à partir d'une position initiale et d'un déplacement sur une piste du type « jeu de l'oie » ou sur la bande numérique.</p> <p>- Rechercher le tout dans un problème de groupements.</p> <p>- Rechercher la valeur d'une part dans un problème de partage équitable.</p>	<p>- Utiliser des objets figuratifs, puis symboliques, pour réaliser l'action correspondant au problème.</p> <p>- Dénombrer une collection par énumération.</p> <p>- Utiliser ses doigts pour compter.</p> <p>- Utiliser ses doigts pour surcompter.</p> <p>- Faire appel aux premières compositions et décompositions des nombres.</p> <p>- Répartir des objets en les distribuant un à un dans un problème de partage</p>	<p>Rechercher le tout ou une partie dans un problème de parties-tout. <i>Reprendre les situations proposées avant quatre ans, quantités plus grandes.</i> Situation 4 : l'enseignant place une collection d'objets sur une table et demande aux élèves de les dénombrer. Les élèves peuvent noter cette quantité sous différentes formes pour la mémoriser. Ils ferment ensuite les yeux pendant que l'enseignant dissimule sous un chapeau une partie de la collection. Les élèves doivent trouver la quantité dissimulée sous le chapeau. Situation 5 : l'enseignant déclare « Lilou avait cinq kiwis et elle en a mangé deux, combien de kiwis lui reste-t-il ? ». Exemple de verbalisation par un élève : « Si Lilou avait cinq kiwis et qu'elle en a mangé deux, pour trouver combien de kiwis il lui reste, je recule de deux à partir de cinq : quatre ; trois. Il lui reste trois kiwis ». Ou encore « Comme je sais que cinq, c'est deux et trois, il lui reste trois kiwis ».</p> <p>Trouver une position finale à partir d'une position initiale et d'un déplacement. Situation 6 : jeux de plateau du type du jeu de l'oie avec des contraintes qui imposent de reculer. L'enseignant demande à l'élève de préciser la case d'arrivée à partir d'une case de départ et du résultat d'un lancer de dé. Le dé peut être à constellations ou chiffré.</p> <p>Rechercher le tout dans un problème de groupements. Situation 7 : l'enseignant positionne devant les élèves trois boîtes opaques contenant chacune deux crayons. Il montre successivement le contenu de chacune de ces boîtes et déclare « j'ai trois boîtes qui contiennent chacune deux crayons. Combien y a-t-il de crayons en tout ? ».</p> <p>Rechercher la valeur d'une part dans un problème de partage Situation 8 : l'enseignant déclare « j'ai six gâteaux à partager équitablement entre deux poupées. Chacune doit recevoir le plus grand nombre possible de gâteaux. Combien de gâteaux va recevoir chaque poupée ? ». Du matériel est mis à disposition des élèves pour mettre en scène la situation avant de répondre à la question.</p>
--	---	---

À partir de 5 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer le tout ou une partie dans un problème de parties-tout (d'abord deux parties, puis éventuellement trois). - Déterminer la quantité d'objets ayant été ajoutée ou retirée à une collection à partir de ses quantités initiale et finale. - Déterminer la position finale (respectivement initiale) à partir de la position initiale (respectivement finale) et d'un déplacement sur une piste du type « jeu de l'oie » ou sur la bande numérique. - Déterminer le cardinal d'une collection à partir de celui d'une autre collection et de l'écart entre les deux. - Déterminer le tout dans un problème de groupement d'objets. - Déterminer la valeur d'une part dans un problème de partage équitable (avec éventuellement un reste). 	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser des procédures de calcul (comptage, décomptage, surcomptage) pour résoudre un problème parties-tout. Ainsi, pour calculer la quantité d'objets issue de la réunion d'une collection de trois à une collection de cinq objets, l'élève « met le plus grand nombre dans sa tête » (ici cinq) et surcompte de l'autre nombre (ici trois) en levant les doigts : « six, sept, huit ». - Mobiliser la connaissance des compositions-décompositions des nombres. - Distribuer des objets un à un ou deux à deux pour résoudre un problème de partage. - Agir par essais et réajustements pour résoudre un problème de partage. - Utiliser une représentation sur papier du problème à résoudre. 	<p>Déterminer le tout ou une partie dans un problème de parties-tout (d'abord deux parties, puis éventuellement trois) Reprendre les situations proposées à partir de 4 ans, quantités plus grandes. Situation 9 : après avoir mis trois cubes rouges, un cube bleu et deux cubes verts dans une boîte opaque devant les élèves, l'enseignant demande le nombre de cubes dans la boîte. Situation 10 : problème de retrait (illustrant le passage de la manipulation symbolique à l'utilisation d'une représentation sur papier ou d'une procédure de calcul). Sept oiseaux sont perchés sur une branche, trois oiseaux s'envolent. Combien en reste-t-il ? Dans un premier temps l'enseignant modélise la situation à l'aide de matériel symbolique : un fil et des pinces à linge. Dans un second temps il fournit aux élèves une représentation symbolique sur papier. Les élèves peuvent :</p> <ul style="list-style-type: none"> - barrer trois des symboles représentant les oiseaux envolés et compter ceux qui restent ; - décompter de trois à partir de sept ; - utiliser la décomposition de sept en quatre et trois. <p>Déterminer la quantité d'objets ayant été ajoutée ou retirée à une collection à partir de ses quantités initiale et finale Situation 11 : C'est la récréation. Huit élèves veulent un vélo. La maîtresse n'a sorti que deux vélos. Combien de vélos doit-elle encore sortir pour que chaque élève ait un vélo ? ».</p> <p>Déterminer la position finale (respectivement initiale) à partir de la position initiale (respectivement finale) et d'un déplacement sur une piste du type « jeu de l'oie » Utiliser différents types de dés (pointés, chiffrés) avec la possibilité de lancer deux dés pour les jeux de plateaux.</p> <p>Déterminer le cardinal d'une collection à partir de celui d'une autre et de l'écart entre les deux Situation 12 dont l'énoncé est concordant avec l'opération à effectuer: Pierre a cinq billes. Julie a trois billes de plus que Pierre. Combien Julie a-t-elle de billes ? Situation 12 bis dont l'énoncé est discordant avec l'opération à effectuer : Pierre a cinq billes. Il a trois billes de moins que Julie. Combien Julie a-t-elle de billes ?</p> <p>Déterminer le tout dans un problème de groupements Situation 13 : quatre assiettes sont placées sur une table. Une grande collection de gâteaux (symbolisés par des jetons) est placée sur une autre table éloignée. Chaque élève doit aller chercher en un seul voyage la quantité exacte de gâteaux pour qu'il y ait deux gâteaux dans chaque assiette.</p> <p>Problèmes de partage en parts égales avec éventuellement un reste Situation 14 : recherche de la valeur d'une part. Deux poupées sont positionnées devant une table. Les élèves disposent de dix jetons symbolisant les gâteaux. L'enseignant déclare « Je veux partager dix gâteaux entre mes deux poupées. Je veux que chaque poupée ait le même nombre de gâteaux. Combien de gâteaux va recevoir chaque poupée ? ». Situation 15 : recherche du nombre de parts. L'enseignant donne dix images à un élève, conserve un tas d'enveloppes et déclare « tu as dix images. Je veux que tu mettes deux images par enveloppe. Combien d'enveloppes veux-tu pour ranger toutes tes images ? ».</p>
---	--	---